es constante a través de las varias secciones transversales. Huyghens explica la razón por la cual la luz debe verse en la dirección del rayo a causa de que la tangencia común de las ondas nacientes en cada punto de la onda que llega a la ventanilla, es un plano paralelo a dicha onda. Pero no podría explicar cómo siendo la propagación esférica con centro en los varios puntos de la sección de la ventanilla, se conserva la intensidad luminosa en las varias secciones del tubo de luz".

En la explicación preliminar que dimos del primer folleto de Garavito sobre Optica astronómica, hicimos notar que el concepto de tubo de flujo de energía para explicar la aberración y la refracción de la luz en las primeras capas atmosféricas, puede conducirnos a la idea, absurda al parecer, de que la hipótesis ondulatoria es susceptible de asociarse con la de la emisión suponiendo que esta última sirva para darnos idea de la propagación luminosa fuéra de la atmósfera de la tierra, y que la primera sea más apropiada para explicarnos todos los fenómenos ópticos que observamos en los medios diáfanos materiales que nos rodean y que estudiamos directamente con la experiencia.

Ahora creemos, al entrar en explicaciones más concretas al respecto, que aun para el examen de la propagación rectilínea de la luz, en forma de tubos de flujo, a lo largo de los cuales el flujo de energía es constante, la hipótesis ondulatoria tropieza fundamentalmente con el hecho anotado atrás, cuando se dio una idea elemental de cómo se manejan las ondas esféricas en los movimientos ondulatorios lentos, totalmente distintos y separados de lo que debe suceder en el mecanismo íntimo de la propagación de la luz.

Evidentemente, dentro de la teoría clásica de la propagación ondulatoria, la solución de Garavito es admirable: ella da la clave para resolver mecánicamente los fenómenos de la reflexión y de la refracción de la luz en los medios diáfanos en movimiento, y para explicar, por ende, el fenómeno de la aberración; pero como presupone, de acuerdo con la teoría ondulatoria clásica, la existencia del éter, necesita que se acepte el arrastre total del éter por la atmósfera de la tierra, estando esta consecuencia de acuerdo con los experimentos de Michelson y Morley.

Además de esto, como la Mecánica ondulatoria de Broglie nos suministra hoy una representación radial de la propagación de la energía, suponiendo que, en realidad, el electrón es una sucesión de ondas, podemos asociar a lo largo de un tubo de flujo de energía, el movimiento periódico con el desalojamiento de masas mecánicas que se desalojan con la velocidad V.

Esta velocidad, para el fenómeno de la propagación de la luz, lo mismo que para las ondas electromagnéticas, es la máxima posible a, que corresponde, según la teoría ondulatoria, a la transmisión del estremecimiento en un medio infinitamente elástico e incomprensible, como el éter.

Así, si prescindimos de la necesidad del éter, dentro de la solución radial de Garavito, y admitimos una idea semejante a lo que sugiere la hipótesis de Broglie, la interpretación artificiosa de la figura 4ª no se requeriría ni habría contradicción entre las experiencias de Michelson y Morley y el fenómeno de la aberración interpretado por Fresnel con el arrastre parcial del éter.

En estas dudas quedamos al prologar el segundo opúsculo de Garavito sobre Optica astronómica, opúsculo en donde su espíritu analítico poderoso descubre el error de interpretación, en que, desde tiempos de Huyghens, se vino incurriendo cuando se ha considerado la transmisión esférica de los movimientos periódicos.

NOTA SOBRE OPTICA MATEMATICA

JULIO GARAVITO ARMERO
Director del Observatorio Astronómico Nacional, de 1893 a 1919.

(SEGUNDO ESCRITO DE LA SERIE SOBRE OPTICA MATEMATICA)

EXPLICACION DE ALGUNOS FENOMENOS OPTICOS QUE SE RELACIONAN CON LA ASTRONOMIA

I

Generalidades

El movimiento intelectual moderno sigue dos rutas opuestas, en lo que respecta a la Física.

La una, la de la ciencia clásica, continúa en su derrotero y no confiere a las teorías otro papel que el de resumir en unas pocas ecuaciones diferenciales el conjunto de leyes que se refieren al orden de fenómenos que estudia la teoría. A este respecto la Termodinámica no deja qué desear; es el modelo de lo que deben ser las teorías físicas. En la Optica y en la Electricidad se ha necesitado, desgraciadamente, del auxilio de hipótesis destinadas a guiar el pensamiento en el planteo de las ecuaciones que resumen las leyes que rigen los fenómenos concernientes a esos ramos; pero los verdaderos sabios no ven en tales hipótesis otra cosa que simples metáforas, y sólo confieren valor a las relaciones cuantitativas expresadas en las ecuaciones.

La corriente opuesta pretende adivinar el mecanismo íntimo de los fenómenos físicos a fin de hacer en esta ciencia lo que se realizó en Astronomía con la gravitación; pero si se atiende a que los fenómenos relativos a los movimientos celestes están al alcance de nuestros sentidos y de nuestros instrumentos, y son infinitamente más sencillos que los que corresponden a la materia *atómica*, se comprenderá que el fin perseguido en la Física por la tendencia modernista, es de éxito improbable. Una derivación de esta corriente intelectual se ha encargado de maravillar al público con los más extravagantes descubrimientos, hasta el punto de alarmar a ciertas gentes impresionables, quienes deducen de esto la decadencia de la civilización actual. El alarma es infundado, porque nada más benéfico para la ciencia clásica que las exageraciones de la tendencia opuesta.

En la Optica matemática clásica, han quedado dos puntos defectuosos: lo que respecta a la propagación de la luz en los medios en movimiento relativo. El objeto que nos hemos propuesto en el presente opúsculo es el de demostrar que toda la dificultad reside en una hipótesis que se ha conservado implícita en la teoría, descartada la cual, desaparece la paradoja sin que las ecuaciones de la Optica sufran modificación sustancial que impida deducir de ellas lo que se ha deducido siempre.

No es posible sustraer el estudio de los fenómenos naturales de toda hipótesis, pero hay que distinguir entre éstas, las que son naturales de las circunstanciales, de las metafóricas y de las que corresponden a conceptos más o menos concretos sobre la manera de ser de los hechos que se estudian. Estas últimas son evidentemente las más peligrosas cuando no pertenecen a las hipótesis de la segunda clase.

Las radiaciones solares impresionan nuestra retina y se manifiestan bajo distintas formas: calorífica, mecánica, química y biológica, las cuales, sabemos, pueden transformarse mutuamente. Esta propiedad permite conceptuarlas todas como manifestaciones distintas de una misma entidad cuantitativa, expresable de la misma manera que su forma mecánica, esto es, por ML^2T^{-2} mediante las magnitudes, masa, longitud y tiempo. Esta hipótesis, por ser forzosa para el objeto que nos hemos propuesto, es circunstancial. En efecto, si los fenómenos concernientes a la transmisión luminosa no obedecieran a las leyes mecánicas, por ser la luz una entidad de naturaleza distinta totalmente de las cantidades mecánicas, sería imposible juzgar el efecto, sobre propagación de la luz, del movimiento relativo de los medios diáfanos.

Esta hipótesis puede, sinembargo, ser sustituída por otra de la cuarta categoría cuando se trata de medios en reposo relativo y la cual no es aplicable al caso de movimiento. Esto es lo que ha acontecido en la Optica. Ahora bien, nuestra teoría satisface tanto al reposo como al movimiento de los medios diáfanos; mientras la hipótesis actualmente en uso es sólo aplicable al reposo relativo, y veremos, además, cómo presenta otros inconvenientes que la hacen del todo desechable.

La luz puede muy bien ser energía mecánica, hay razones para creerlo; pero no es eso lo que nos interesa establecer; lo que sí nos interesa, es que su propagación se verifique *como* si se tratase de una energía mecánica para poder, así, someterla al análisis cuantitativo.

Que la luz sea realmente energía mecánica es en el fondo asunto de la filosofía natural, mientras a la Optica física sólo importa que las ecuaciones de la luz tengan tal o cual forma y puedan integrarse de tal o de cual manera, a fin de poder prever fenómenos más o menos complejos.

Después del deplorable abuso que en estos últimos tiempos se ha hecho de las hipótesis en Física, nada de extraño hay en una reacción contraria; pero no debemos exagerar demasiado porque esto estancaría el avance de la ciencia.

II

Propagación de la luz

Es un hecho conocido de todos que la luz se propaga en línea recta. Sobre esta ley funda la Física experimental la teoría de las sombras y de las imágenes formadas por las pequeñas aberturas.

En 1676 Roëmer notó que los eclipses de los satélites de Júpiter retardaban tanto más cuanto mayor era la distancia del planeta, y atribuyó este efecto a la diferencia de los intervalos gastados por la luz en llegar hasta nosotros. El fenómeno de la aberración, descubierto en 1728, por Bradley, confirmó este punto de vista. De estos hechos resulta que la luz gasta 497 segundos en recorrer la distancia que nos separa del sol. El valor hallado hace cerca de doscientos años, no difiere del hallado actualmente sino en una fracción imputable a los errores de observación. Bradley halló, en efecto, 20"25 como valor de la constante de la aberración, mientras el valor hoy admitido es de 20"47. Se puede concluír de esto que en una extensión muy superior a la del sistema solar, como debe ser el espacio descrito por éste en doscientos años, las condiciones del medio en el cual se transmite la luz se han conservado sensiblemente las mismas, puesto que el cambio de posición no ha influído en la velocidad de la luz. Esta velocidad puede tener, sin embargo, en regiones muy lejanas de nuestro sistema solar, valores diferentes sin que podamos darnos cuenta de ello por ningún medio posible.

Experiencias físicas directas han demostrado que en cada medio diáfano la luz tiene una velocidad definida. Dentro de la atmósfera de la tierra, la velocidad es la misma en todos sentidos horizontalmente; pero es probable que en el sentido vertical tenga valor diferente en atención al cambio de densidad del aire por la disminución gradual de la presión, y también por las variaciones de la temperatura.

Supongamos un punto luminoso A y frente de éste una pantalla con una pequeña ventanilla por la cual pasa un haz de luz divergente, de forma cónica con vértice en A. Cuando el punto está muy lejos respecto de las dimensiones de la ventanilla, el haz puede considerarse prácticamente como cilíndrico. Diremos que el medio en el cual se propaga la luz es perfectamente diáfano si la cantidad de luz que atraviesa la ventanilla en la unidad de tiempo, es también la que atraviesa las varias secciones transversales del rayo de luz. Esto no se verifica rigurosamente en la práctica a causa de que los medios transparentes, como nuestra atmósfera, contienen en suspensión materias sólidas o vapor de agua, etc., sustancias que interceptan mayor o menor cantidad de luz. En los espacios interestelares la diafanidad puede considerarse casi perfecta y la cantidad de luz que atraviesa en la unidad de tiempo una sección transversal del tubo cónico procedente de un punto luminoso, será la misma que en el mismo intervalo atraviesa las varias secciones normales; y como estas secciones tienen áreas proporcionales a los cuadrados de las distancias al punto, resulta que *el flujo de energía luminosa que atraviesa en la unidad de tiempo la unidad de área normal al rayo de luz, varía en razón inversa del cuadrado de la distancia al foco luminoso.*

Si colocásemos un obturador en la ventanilla por la cual pasa un rayo de luz procedente de un punto A muy lejano, y lo abrimos durante un intervalo de tiempo θ, la luz que atraviesa la ventanilla formará un segmento de longitud $a\theta$ el cual se transporta con la velocidad a de la luz. Este segmento podremos hacerlo tan pequeño como queramos, disminuyendo más y más la duración θ. Si hacemos funcionar sucesivamente el obturador, abriéndolo y cerrándolo, obtendremos una serie sucesiva de segmentos de luz, los cuales se transportan unos a continuación de los otros a lo largo del tubo de flujo luminoso con la velocidad a, como si fuesen verdaderos proyectiles, y los cuales se manejan cinemáticamente, como si fuesen verdaderos móviles materiales. El fenómeno de la aberración se explica, pues, sin necesidad de hipótesis respecto de la naturaleza de la luz.

III

Flujo de luz a través de una superficie móvil.

Sea $A_oB_oA_1B_1$ un segmento de rayo luminoso (figura 1) de sección A_1B_1 igual a la unidad de área y de longitud $A_oA_1=B_oB_1=a=$ velocidad de la luz. Supongamos que la propagación se efectúe de izquierda a derecha.

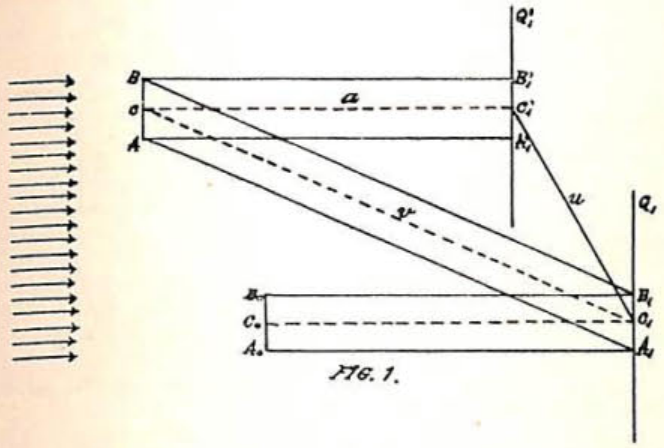

FIG. 1.

Llamemos W la cantidad de luz o de energía luminosa contenida a cada instante en el segmento $A_oA_1B_1B_o$. Dicha cantidad de luz o de energía luminosa será la que cae o atraviesa el área A_1B_1 en la unidad de tiempo, al hallarse dicha área en reposo.

Imaginemos un plano Q normal a la propagación de la luz, que se mueve con la velocidad

$$u=C_1C_1'$$

Tomemos por plano de figura el plano de los movimientos, esto es, uno paralelo a la velocidad a de la luz, y a la velocidad u del plano móvil Q.

Si al instante t una sección perteneciente al plano Q ocupa la posición A_1B_1 al fin del tiempo $t+1$ ocupará la posición $A'_1B'_1$.

Si el plano Q quedase fijo en la posición Q_1 el flujo de luz durante la unidad de tiempo a través de A_1B_1 sería W. Pero éste no sería el valor del flujo a través de A_1B_1 en el caso de movimiento.

En efecto, durante el intervalo transcurrido de t a $t+1$ la sección pasa de la posición A_1B_1 a la $A'_1B'_1$. Imaginemos otro tubo de luz que tenga $A'_1B'_1$ por base y $AA_1=BB'=CC_1=a$ por altura. La sección móvil corta durante la unidad de tiempo al haz de luz que se propaga de izquierda a derecha, y la cantidad de energía luminosa que la atraviesa será evidentemente la contenida en el cilindro oblicuo A_1B_1AB. Así:

$$L=W\frac{\text{vol. }(ABA_1B_1)}{\text{vol. }(A_oB_oA_1B_1)}$$

Ahora bien, la longitud $\nu=CC_1$ del cilindro oblicuo es la velocidad relativa de la luz con relación a la sección móvil A_1B_1 y la dirección de dicho cilindro es la de esa misma velocidad relativa. Tenemos pues, llamándola ν

$$L=W\frac{\text{vol. }(ABA_1B_1)}{\text{vol. }(A_oB_oA_1B_1)}=W\frac{\nu\cos(a,v)}{a}$$

Pero el cilindro oblicuo, o sea el rayo relativo de luz que incide sobre A_1B_1 tiene por sección normal $A_1B_1\cos(a,\nu)$ en vez de A_1B_1 y, por tanto, la cantidad de luz que atraviesa en la unidad de tiempo la unidad de área normal al rayo relativo, será:

$$W_r=\frac{L}{\cos(a,v)}=W\frac{v}{a}$$

Por tanto: *la luz que incide sobre una superficie móvil, se maneja como si su intensidad W se hubiera multiplicado por la relación numérica de la velocidad relativa de la luz con relación a la superficie móvil, a la velocidad efectiva de la propagación, y como si su dirección fuese la de dicha velocidad relativa.*

IV

Ecuación diferencial a que obedece la propagación de la luz.

Llamemos u aquello que produce acción sobre la retina y origina la sensación visual. Esta acción es multiforme, puesto que es posible descomponerla en los colores del espectro. Llamemos u especialmente a la acción que produce en nuestra retina cierta coloración especial, esto es, una radiación monocromática.

Esta acción no es constante para cada punto del espacio a donde llega la luz procedente de una fuente cualquiera, ella debe ser variable con el tiempo, y, además, su variación debe ser periódica, como lo prueba el fenómeno de las interferencias.

Por otra parte, la luz se propaga en el espacio en línea recta y con velocidad definida.

Llamemos s el espacio contado a partir de cierto origen en el sentido de la propagación de la luz a lo largo de un tubo o rayo luminoso.

A un instante físico t la cantidad u varía con la abscisa s. Y, por otra parte, para cada punto del espacio varía con el tiempo. Así pues u será una función de las dos variables independientes s y t o bien:

$$u=f(s,t)$$

Sabemos que la luz se propaga con una velocidad constante a de lo cual resulta que ligando a s con t por medio de la relación lineal

$$(a)\qquad s=s_o+at$$

se deberá tener

$$u=f(s_o+at,t)=f(s_o0)=\text{constante}$$

cualquiera que sea s_o. Por tanto, haciendo $ds=adt$ resultará

$$du=0\qquad d^2u=0\ldots\ldots\qquad d^nu=0.$$

Diferenciando a u totalmente, tendremos

$$du=\frac{du}{dt}dt+\frac{du}{ds}ds$$

Si en du hacemos $ds=adt$ se deberá tener $du=0$ y, por tanto:

$$\frac{du}{dt}+a\frac{du}{ds}=0$$

o sea

$$(1)\qquad \frac{du}{dt}=-a\frac{du}{ds}$$

Derivemos parcialmente a (1) con relación a t y luégo a (1) con relación a s. Se hallará:

$$(b)\qquad \frac{d^2u}{dt^2}=-a\frac{d^2u}{dsdt}\qquad \frac{d^2u}{dsdt}=-a\frac{d^2u}{ds^2}$$

Multiplicando miembro a miembro estos últimos tendremos:

$$(2)\qquad \frac{d^2u}{dt^2}=(-a)^2\frac{d^2u}{ds^2}$$

Derivando la primera de las ecuaciones (b) con relación a t y la (2) con relación a s se halla:

$$(a)\qquad \frac{d^3u}{dt^3}=-a\frac{d^3u}{dsdt^3}\qquad\qquad \frac{d^3u}{dt^3ds}=(-a)^2\frac{d^3u}{ds^3}$$

Multiplicándolos se tendrá:

$$(3)\qquad \frac{d^3u}{dt^3}=(-a)^3\frac{d^3u}{ds^3}$$

Procediendo de la misma manera, hallaremos en general:

$$(\mathrm{I})\qquad \frac{d^nu}{dt^n}=(-a)^n\frac{d^nu}{ds^n}\qquad (\text{siendo } n=1,2,3,\ldots)$$

Tal es la ecuación general de toda propagación rectilínea de velocidad constante a.

La ecuación (I) cualquiera que sea n equivale a la condicion

$$d^nu=0\qquad \text{para}\qquad ds=adt$$

Se tiene, en efecto

$$(e)\qquad d^nu=\left[\frac{du}{dt}+\frac{du}{ds}\frac{ds}{dt}\right]^{(n)}dt^n$$

en donde el símbolo (n) indica que no se trata de una potencia efectiva, sino de una expresión simbólica. Haciendo en (e) $\frac{ds}{dt}=a$ se tendrá:

$$d^nu=\left[\frac{du}{dt}+a\frac{du}{ds}\right]^{(n)}dt^n$$

Cuando n es impar, el número de términos del desarrollo es par, y, por otra parte, sabemos que este desarrollo es simétrico. Así

$$\left[\frac{du}{dt}+a\frac{du}{ds}\right]^n=\frac{d^nu}{dt^n}+a^n\frac{d^nu}{ds^n}+na\frac{d^2}{dsdt}\left[\frac{d^{n-2}u}{dt^{n-2}}+a^{n-2}\frac{d^{n-2}u}{ds^{n-2}}\right]+\frac{n^{(n-1)}}{2}a^2\frac{d^4}{ds^2dt^2}\left[\frac{d^{n-4}u}{dt^{n-4}}+a^{n-4}\frac{d^{n-4}u}{ds^{n-4}}\right]+\ldots=0$$

En efecto, como n es supuesto impar, se tendrá según (I)

$$\frac{d^{2p+1}u}{dt^{2p+1}}+a^{2p+1}\frac{d^{2p+1}u}{ds^{2p+1}}=(-a)^{2p+1}\frac{d^{2p+1}u}{ds^{2p+1}}+a^{2p+1}\frac{d^{2p+1}u}{ds^{2p+1}}=0.$$

Cuando n es par, el número de términos del desarrollo es impar, y no será aplicable la descomposición anterior. Pondremos entonces $n=2p$ y

$$d^nu=d^p(d^pu)$$

Si p es impar, se tendrá $d^pu=0$ y por tanto $d^nu=0$.
Si $p=2q$ se escribirá

$$d^nu=d^{4q}u=d^{3q}(d^qu)$$

y así sucesivamente, hasta que se llegará a un valor q impar y por tanto a $d^qu=0$.

La ecuación (I) puede ser puesta en otra forma. Llamemos $x_o\,y_o\,z_o$ las coordenadas del punto luminoso, o mejor aún, las coordenadas de un punto del rayo luminoso a donde llega la luz al instante $t_o=0$ y sean x, y, z los de otro punto del mismo rayo a donde llega la luz al instante t. Si llamamos a, β y γ los cosenos de los ángulos que hace el rayo luminoso con los ejes coordenados, tendremos para expresión del espacio s comprendido entre los puntos $(x_o\,y_o\,z_o)$ y (x, y, z) (figura 2)

$$s=a(x-x_o)+\beta(y-y_o)+\gamma(z-z_o)$$

Ahora, como

$$\frac{dx}{ds}=a\qquad\qquad \frac{dy}{ds}=\beta\qquad\qquad \frac{dz}{ds}=\gamma$$

tendremos

$$\frac{d^nu}{dx^n}=a^n\frac{d^nu}{ds^n}\qquad \frac{d^nu}{dy^n}=\beta^n\frac{d^nu}{ds^n}\qquad \frac{d^nu}{ds^n}=\gamma^n\frac{d^nu}{ds^n}$$

Por tanto

$$\frac{d^nu}{dx^n}+\frac{d^nu}{dy^n}+\frac{d^nu}{dz^n}=(a^n+\beta^n+\gamma^n)\frac{d^nu}{ds^n}$$

de donde

$$\frac{d^nu}{ds^n}=\frac{1}{a^n+\beta^n+\gamma^n}\left[\frac{d^nu}{dx^n}+\frac{d^nu}{dy^n}+\frac{d^nu}{dz^n}\right]$$

Sustituyendo en (I) se obtiene

$$(\mathrm{I}')\qquad \frac{d^nu}{dt^n}=\frac{(-a)^n}{a^n+\beta^n+\gamma^n}\left[\frac{d^nu}{dx^n}+\frac{d^nu}{dy^n}+\frac{d^nu}{d^nz}\right]$$

Esta ecuación se simplifica para $u=2$ pues $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=1$ y se hace

$$(\mathrm{II})\qquad \frac{d^2u}{dt^2}=a^2\left[\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{d^2u}{dy^2}+\frac{d^2u}{dz^2}\right]$$

Esta ecuación se halla en la propagación del sonido; se halla también en la de las vibraciones transversales en los cuerpos elásticos y en la de los estremecimientos electromagnéticos en los dieléctricos perfectos.

No sabemos lo que sea u. Pudiera ser una cantidad vectorial orientada de cualquier manera, o aún la proyección de un vector sobre un eje cualquiera. Las hipótesis elástica, electromagnética, etc, pueden servir como ejemplos justificativos de la constancia de la velocidad de propagación. En efecto, si un estremecimiento elástico en un medio isótropo se debe propagar, teóricamente, con velocidad constante, y si lo propio acontece con un estremecimiento electromagnético en un dieléctrico perfecto, algo análogo debe acontecer con la propagación de la luz.

La ecuación general (I) o (I') y por tanto, la particular (II), se satisfacen para funciones arbitrarias

$$u=\psi(p)$$

siendo

$$p=s-at=a(x-x_o)+\beta(y-y_o)+\gamma(z-z_o)-at$$

En donde

$$(m)\qquad s=a(x-x_o)+\beta(y-y_o)+\gamma(z-z_o)$$

representa el espacio radial recorrido por la luz durante el tiempo t y comprendido entre el punto $A_o(x_o\,y_o\,z_o)$ y el punto $A(x,y,z)$ según una dirección, que forma con los ejes ángulos cuyos cosenos son a, β y γ.
Es ésta la única interpretación correcta que se puede dar a s en las soluciones de la ecuación de propagación rectilínea.

Otra interpretación es la que se da a s. Consiste ésta en imaginar un plano cuyos cosenos directores sean a, β y γ esto es, normal al rayo luminoso que parte del punto $A_o(x_o\,y_o\,z_o)$ y en llamar s la distancia entre A_o y el supuesto plano. Si M es un punto cualquiera $M(x,y,z)$ de dicho plano, se tendrá:

$$s=A_oM\cos(s,A_oM)=A_oM[\cos(A_oM,x)\cos(s,x)+\cos(A_oM,y)\cos(s,y)+\cos(A_oM,z)\cos(s,z)]=$$

$$A_oM\left[\frac{x-x_o}{A_oM}a+\frac{y-y_o}{A_oM}\beta+\frac{(z-z_o)}{A_oM}\gamma\right]$$

o bien

$$s=a(x-x_o)+\beta(y-y_o)+\gamma(z-z_o).$$

Evidentemente, la ecuación diferencial se satisface para ambas interpretaciones; pero ésta última no resiste la crítica. La perpendicular s es el espacio recorrido por la luz en el tiempo t y con la velocidad a; pero ¿porqué razón ha de llegar la luz al mismo tiempo a todos los puntos de ese plano? Es evidente que siendo M un punto cualquiera del plano, la distancia A_oM está sujeta a la sola condición

$$A_oM \geqslant s$$

pudiendo ser tan grande como se quiera, pues la extensión del supuesto plano es ilimitada. Si el punto A_o fuese el punto luminoso, la luz llegaría al fin del tiempo t a todos los puntos de una esfera cuyo centro es A_o y no a todos los puntos de un plano.

La causa que ha motivado esta lamentable equivocación consiste en que la ecuación (II), y en general, la (I), admiten la solución $\psi(s-at)$, en la cual s puede tomar cualquiera de las dos interpretaciones; pero cuando se ha llegado a la ecuación diferencial por consideraciones hipotéticas, y mediante largos y laboriosos desarrollos, no es posible juzgar cuál es la correcta interpretación que deba darse a las soluciones de dicha ecuación y menos aún bajo la influencia que ha ejercido el concepto ondulatorio de Huyghens.

De todos modos, la distancia de los puntos de coordenadas (x,y,z) y $(x_o\,y_o\,z_o)$ no puede ser sino s y, por tanto, al punto A_o del rayo luminoso corresponde, según la dirección cuyos ángulos con los ejes tienen por cosenos a, β y γ un punto A y no cualquier punto del plano normal a la propagación.

Llamaremos solución radial a la correcta, y solución ondulatoria a la que ha sido sugerida por la hipótesis de Huyghens.

La aberración astronómica según la solución radial.

Hemos visto que la ecuaciòn diferencial

$$\frac{d^nu}{dt^n}=(-a)^n\frac{d^nu}{ds^n}$$

admite la soluciòn

$$u=\varphi(s-at)$$

en donde φ es una función arbitraria de la variable

$$p=s-at$$

en la cual

$$s=a(x-x_o)+\beta(y-y_o)+\gamma(z-z_o)$$

representa un segmento del trayecto recorrido por la luz con la velocidad a en el intervalo t comprendido entre dos puntos A_o y A.
Consideremos un sistema coordenado fijo (Ω,ξ,η,ζ) (fig. 2). Sean $A_o(\xi_o\,\eta_o\,\zeta_o)$ las coordenadas del punto luminoso, el cual lanza luz en todos sentidos; $A(\xi_1\,\eta_1\,\zeta_1)$ el punto del espacio a donde llega un rayo de luz A_oA al fin del tiempo $T-T_o$ después de su partida de A_o. Supongamos un sistema coordenado (O, x, y, z) movible, de ejes paralelos a los ejes fijos, animado de un movimiento de traslacion de velocidad w cuya direcciòn forma con los ejes ángulos cuyos cosenos son l, m y n.

Llamemos h, i, j las coordenadas del nuevo origen. Se tendrá:

$$h=h_o+wlT\qquad i=i_o+wmT\qquad j=j_o+WnT$$

siendo $h_o\,i_o\,j_o$ las coordenadas de O al origen del tiempo.

Las coordenadas del punto A a donde llega el rayo luminoso al instante T son

$$x=\xi-h_o-wlT$$
$$y=\eta-i_o-wmT$$
$$z=\zeta-j_o-wpT$$

Las coordenadas del punto A_o del cual parte el rayo luminoso al instante T_o son:

$$x_o=\xi_o-h_o-wlT_o$$
$$y_o=\eta_o-i_o-wmT_o$$
$$Z_o=\zeta_o-j_o-wnT_o$$

Restando, y haciendo $t=T-T_o$ se halla:

$$x-x_o=\xi-\xi_o-wlt$$
$$y-y_o=\eta-\eta_o-wmt$$
$$z-z_o=\zeta-\zeta_o-wnt$$

de donde

$$\xi-\xi_o=x-x_o+wlt$$
$$\eta-\eta_o=y-y_o+wmt$$
$$\zeta-\zeta_o=z-z_o+wnt$$

Hemos supuesto que w, l, m, n conserven valores constantes durante todo el intervalo de tiempo que gasta la luz en llegar de A_o a A lo cual puede muy bien no acontecer en la práctica. Para obviar este inconveniente, nos basta notar que la solución

$$u=\varphi(s-at)$$

no implica que s represente todo el trayecto descrito por el rayo desde el punto luminoso hasta el punto que recibe la luz. El espacio s representa simplemente el comprendido entre dos puntos del rayo, separados por una distancia tal, que la luz gasta el tiempo $t=T-T_o$ en recorrerlo. El intervalo t puede ser escogido suficientemente pequeño para que durante él las variaciones sufridas por w, l, m y n sean insensibles.

Supondremos, pues, que A_o no es el punto luminoso, sino un punto del trayecto del rayo de luz que llega a A al instante T y al cual llega la luz al instante T_o. El intervalo $t=T-T_o$ gastado por la luz en recorrer el espacio A_oA siendo supuesto suficientemente pequeño para que w, l, m y n puedan considerarse constantes durante ese tiempo.

En el caso de ser variables w, l, m y n, se halla

$$x=\xi-h_o-\int_o^T wl\,dt$$

$$y=\eta-i_\circ-\int_\circ^T wmdt$$

$$z=\zeta-j_\circ-\int_\circ^T w\,ndt$$

y

$$x_0=\xi_\circ-h_\circ-\int_\circ^{T_\circ} w\,ldt$$

$$y_\circ=\eta_\circ-i_0-\int_\circ^{T_\circ} w\,mdt$$

$$z_\circ=\zeta_\circ-j_\circ-\int_\circ^{T_\circ} wndt$$

por tanto

$$x-x_\circ=\xi-\xi_\circ-\int_{T\circ}^{T} w\,ldt$$

$$y-y_0=\eta-\eta_\circ-\int_{T\circ}^{T} w\,mdt$$

$$z-z_\circ=\xi-\xi_\circ-\int_{T\circ}^{T} w\,ndt$$

Ahora, hemos supuesto que el intervalo $T-T_\circ=t$ es suficientemente pequeño para que durante él las cantidades w, l, m y n permanezcan sensiblemente constantes, se tendrá, pues

$$x-x_\circ=\xi-\xi_\circ-wlt$$
$$y-y_\circ=\eta-\eta_\circ-wmt$$
$$z-z_\circ=\xi-\xi_\circ-wnt$$

de donde

$$\xi-\xi_\circ=x-x_\circ+wlt$$
$$\eta-\eta_0=y-y_\circ+wmt$$
$$\zeta-\zeta_\circ=z-z_\circ+wnt$$

Si se multiplica la primera por α, la segunda por β y la tercera por γ y se suman, tendremos:

$$s=\alpha(\xi-\xi_\circ)+\beta(\eta-\eta_\circ)+\gamma(\zeta-\zeta_\circ)=\alpha(x-x_\circ)+\beta(y-y_\circ)+\gamma(z-z_\circ)+w(l\alpha+m\beta+n\gamma)t.$$

Pongamos

$$\sigma^2=(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2$$

y llamemos $\alpha'\beta'\gamma'$ los ángulos de σ con los ejes, así:

$$x-x_0=\alpha'\sigma \qquad y-y_0=\beta'\sigma \qquad z-z_0=\gamma'\sigma$$

de donde

$$s=\alpha(\xi-\xi_\circ)+\beta(\eta-\eta_\circ)+\gamma(\zeta-\zeta_\circ)=(\alpha\alpha'+\beta\beta'+\gamma\gamma')\sigma+w(\alpha l+\beta m+\gamma n)t.$$

Llamando (s,σ) el ángulo de las rectas s y σ y (ws) el ángulo de la velocidad w y el trayecto s se tiene:

$$\cos(s,\sigma)=\alpha\alpha'+\beta\beta'+\gamma\gamma' \qquad \cos(w,s)=\alpha l+\beta m+\gamma n$$

por tanto:

$$s=\sigma\cos(s,\sigma)+w\cos(w,s)t$$

Sustituyendo el valor s en la variable p se halla:

$$p=s-at=\sigma\cos(s,\sigma)-[a-w(\cos w,s)]t$$

o bien

$$p=\cos(s,\sigma)\left[\sigma-\frac{a-w\cos(w,s)}{\cos(s,\sigma)}t\right]$$

Sean *(fig. 2)*

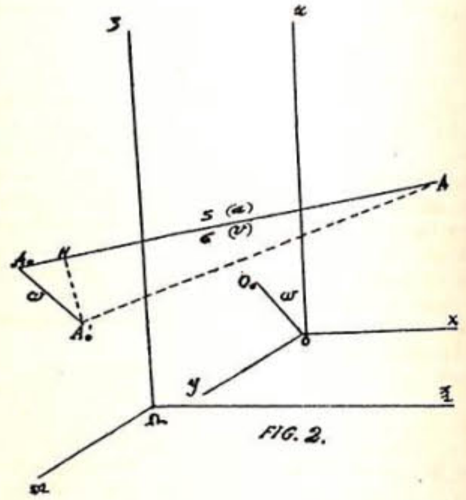

FIG. 2.

$$A_\circ A=a, A_\circ A'_\circ=w$$

en magnitud y dirección, se tendrá

$$AH=a-w\cos(w,s)=AA'_\circ\cos(\sigma,s)=v\cos(\sigma,s)$$

Así $AA'_\circ$ representará en magnitud y dirección la velocidad relativa v, siendo

$$v=\frac{a-w\cos(w.s)}{\cos(s\,\sigma)}$$

Por tanto

$$u=\varphi(p)=\varphi(s-at)=\varphi[\cos(s,\sigma)(\sigma-vt)]$$

y en consecuencia

$$\frac{du}{dt}=-v\frac{du}{d\sigma}$$

que es la ecuación (I) aplicada a la propagación relativa de la luz. Si, pues, ésta procede de una estrella y w representa la velocidad de la tierra, la estrella se verá según la dirección de la velocidad relativa, de conformidad con la teoría de la aberración dada por Bradley.

La Aberración astronómica ante la solución ondulatoria.

La transformación de la s es la misma que en el caso anterior; pero en este caso, nada tenemos que hacer con la distancia p, pues x, y, z representan un punto cualquiera del plano de la onda y no un punto del rayo luminoso. Se tendrá

$$u=\varphi[a(x-x_\circ)+\beta(y-y_\circ)+\gamma(z-z_\circ)-(a-w\cos(w,s))t]=0$$

La onda conserva, pues, su paralelismo y por tanto la luz no debería sufrir desviación alguna por causa del movimiento de la tierra. La aberración astronómica no resulta, pues, del concepto hipotético de Huyghens.

La experiencia prueba que la luz tiene una velocidad definida, dependiente de las condiciones físicas del medio, lo cual nos induce a pensar que ella es una forma de energía que se transmite continua y sucesivamente de unas masas a otras en el interior de los medios diáfanos. A este respecto Huyghens tiene razón: *no hay transporte de materia sino de energía.* Esto es lo que se puede admitir de la teoría de Huyghens; pero ella tiene un defecto que la experiencia no confirma, el cual consiste en que hace, además, otra hipótesis, la de transmisión esférica y no radial. Al contrario, la hipótesis de Newton supone la materialidad de la luz, el transporte real de materia, lo cual no es admisible; pero en cambio, acepta la transmisión rectilínea de conformidad con la experiencia.

Explanaremos las razones que nos inducen a desechar la transmisión esférica.

Resumiremos la hipótesis ondulatoria.

Las vibraciones del éter en un punto del espacio pueden ser consideradas, dice Huyghens, *como resultantes de los movimientos elementales que producirían aisladamente, al mismo instante, todas las partes de la superficie de las ondas en una cualquiera de sus posiciones anteriores.*

Según este concepto, la onda es todo mientras el rayo luminoso no es la trayectoria de la energía luminosa sino un simple lugar geométrico: *la línea tal que las vibraciones comunicadas por las ondas anteriores en la región vecina de cada uno de sus puntos, están en el más alto grado de concordancia.*

Ahora bien: la experiencia prueba que la onda puede ser fragmentada por pantallas sin que deje de propagarse la luz, mientras el rayo no puede ser fragmentado sin interrumpir la propagación. Así, la onda no es sino un simple lugar geométrico, el lugar a donde llega a cada instante la luz emanada de un foco. Es una esfera en los medios isótropos; un elipsoide en los cristales, etc.; mientras el rayo luminoso es la trayectoria real de la energía.

Supongamos una ventanilla de un centímetro cuadrado de sección, por la cual pasa un rayo de luz procedente de un punto luminoso muy lejano. El rayo de luz será un cilindro de un centímetro cuadrado de sección y el flujo luminoso es constante a través de las varias secciones transversales. Huyghens explica la razón por la cual la luz debe verse en la dirección del rayo a causa de que la tangencia común de las ondas nacientes en cada punto de la onda que llega a la ventanilla, es un plano paralelo a dicha onda. Pero no podría explicar cómo siendo la propagación esférica con centro en los varios puntos de la sección de la ventanilla, se conserva la intensidad luminosa en las varias secciones del tubo de luz. Según el concepto de Huyghens el flujo de luz a través de la sección del rayo distante un metro solamente de la ventanilla, debería ser

$$\frac{1}{2\pi r^2}=\frac{1}{62832}$$

del que penetra por el tragaluz.

* * *

V

Cantidades mecánicas que entran en juego en la propagación de la luz.

Quisiéramos no utilizar hipótesis alguna en el estudio que nos hemos propuesto, pero nuestra labor quedaría entonces reducida a la sola ecuación que hemos planteado sin poder abordar problema alguno que se salga de la Cinemática pura. Los fenómenos de la reflexión y de la refracción ponen de manifiesto un cambio en la dirección de la propagación de la luz, cambio que no podríamos deducir de dicha ecuación si no atribuímos dimensiones definidas a la cantidad que figura en ella. Tenemos, pues, necesidad de emplear símbolos que guíen nuestro entendimiento en la traducción analítica de las leyes a que obedecen los fenómenos luminosos; símbolos de empleo forzoso si pretendemos que las ecuaciones analíticas puedan prestar servicio a la Física.

La ecuación (I) resulta simplemente de la variabilidad con el tiempo y de la propagación de esa variabilidad con velocidad rectilínea y constante. La experiencia prueba que las manifestaciones luminosas son multiformes, obedecen a periodicidad y son susceptibles de segregación. Se comprenderá por esto que la ecuación citada es demasiado amplia, para que sus soluciones puedan circunstanciar todas las modalidades que presentan los fenómenos ópticos.

Los fenómenos referentes a interferencias, polarización, difracción etc., prueban que la luz se manifiesta bajo formas periódicas representables por funciones de la forma

$$(A) \qquad W=\Sigma\varphi\left[\frac{p}{l}(s-at)\right]$$

en la cual W representa algo susceptible de impresionar la retina, la placa fotográfica, el termómetro, etc., y en donde φ representa una función periódica de período p; l una longitud llamada longitud de la radiación correspondiente a la coloración φ; s el espacio recorrido a lo largo del trayecto según el cual se propaga la luz; t el tiempo y a la velocidad de propagación. Se ve que las formas *(A)* son soluciones particulares de la ecuación (I).

En el caso de movimiento relativo del sistema que recibe la luz y del medio en el cual se propaga, la ecuación *(A)* se transforma en

$$(B) \qquad W=\Sigma\varphi\left[\cos(s,\sigma)\frac{p}{l}(\sigma-vt_1)\right]$$

En la práctica el factor $\cos(s,\sigma)$ es muy próximo de la unidad, pues el ángulo de la velocidad de propagación y de la velocidad relativa, esto es, el ángulo $(v,a)=(\sigma,s)$ es muy pequeño. Por otra parte, ese mismo ángulo es el que hace la sección normal al rayo luminoso con la sección normal al rayo relativo. Podemos, pues, poner en vez de *(B)*

$$(B') \qquad W=\Sigma\varphi\left[\frac{p}{l}(\sigma-vt_1)\right]$$

En esta expresión, como en la *(B)* σ representa la trayectoria relativa y v la velocidad relativa de la luz con relación al sistema móvil de comparación.

La duración del período en el caso de reposo *(A)* es

$$T=\frac{l}{a}$$

y en el caso de movimiento

$$T_1=\frac{l}{v}$$

Este cambio en la duración del período equivale a una reducción de la unidad de tiempo ocasionada por el movimiento relativo o también a una reducción de la longitud l de la radiación; pues si consideramos a T invariable, l debe reemplazarse por d de manera que

$$d = \frac{a}{v} l. \text{ (Fenómeno Doppler-Fizeau).}$$

Nos detendremos algo en lo que respecta a la transformación que sufre la ecuación de la luz por el movimiento relativo. Cinemáticamente nada tenemos que decir respecto a dicha transformación; pero desde el punto de vista mecánico, en la hipótesis de que la luz sea una forma de la energía, debemos hacer algunas consideraciones importantes.

Llamemos w la energía luminosa que se transporta a lo largo de un rayo o tubo cilíndrico de sección igual a la unidad. Esta energía estará representada por (A) cuando se considera su propagación con relación a un sistema fijo y por (B') cuando se considera con relación a un sistema o superficie móvil. Ambas expresiones satisfacen respectivamente a las ecuaciones diferenciales de propagación, a saber:

$$\frac{dw}{dt} = -a \frac{dw}{ds} \qquad \frac{dw}{dt} = -v \frac{dw}{d\sigma}$$

Pero

$$\frac{dw}{ds} = \frac{dw}{d\sigma}$$

pues ambos valores representan la energía del rayo incidente directo o relativo, por unidad de longitud, esto es, la energía por unidad de volumen en el primer medio.

Los dos primeros miembros representan las potencias o flujos de energía en la unidad de tiempo del rayo incidente directo y del rayo incidente relativo. Estos flujos no deben, pues, ser iguales y se debe tener

$$\frac{dw}{dt_1} = \frac{dw}{dt} \cdot \frac{v}{a}$$

lo cual conduce a considerar al tiempo con valores t_1 y t distintos en ambas ecuaciones; así

$$\frac{dt}{dt_1} = \frac{v}{a} \quad \text{ó} \quad t = \frac{v}{a} t_1 \quad \text{ó} \quad t_1 = \frac{a}{v} t$$

conclusión igual a la que habíamos deducido respecto a la duración del período de cada radiación luminosa.

Esta conclusión se acuerda bien con las consideraciones geométricas que hicimos al tratar (III) del flujo de luz a través de una superficie móvil.

Pongamos

$$W = \Sigma \varphi \left[\frac{p}{l} (\sigma - v t_1) \right]$$

siendo

$$t_1 = \frac{a}{v} t \qquad \text{y} \qquad W_r = \frac{v}{a} W$$

Tendremos

$$\frac{dW_r}{dt} = \frac{v}{a} \cdot \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dt} \cdot \frac{dt}{dt_1} = \frac{dW}{dt_1} = -v \frac{dW}{d\sigma} = -a \frac{dW_r}{d\sigma}$$

así, pues

$$(C) \qquad \frac{dW_r}{dt} = -a \frac{dW_r}{d\sigma}$$

y volvemos sobre la conclusión a que habríamos llegado en el parágrafo (III).

Esta conclusión presenta aspecto paradójico, lo cual nos proponemos aclarar.

Supongamos para esto dos medios transparentes (M) y (M') separados por una superficio. En el primero la luz se transporta con una velocidad a, en el segundo con una velocidad a_1. Respecto de estos dos medios podemos hacer las siguientes hipótesis:

a) Los dos medios (M) y (M') están en reposo relativo;

b) El medio (M) está en reposo y el (M') en movimiento;

c) El medio (M) está en movimiento y el (M') en reposo, y

d) Los dos medios están en movimiento.

Evidentemente, estos cuatro casos se reducen a dos, a saber: al *(a)* y al *(b)* de conformidad con la idea de la relatividad.

Supongamos, pues, el caso *(b)* y llamemos u la velocidad del medio (M') con relación al (M). La velocidad de la luz en el primer medio con relación a ese primer medio es a y la velocidad en el primer medio con relación al segundo será una velocidad relativa v resultante de a y de otra velocidad igual y contraria a u.

A primera vista parece que no debiera haber diferencia alguna entre el caso considerado y el de suponer los dos medios (M) y (M') en reposo relativo y que la velocidad de la luz fuese v en vez de a en el primer medio.

Es evidentemente lo mismo suponer que el medio (M) esté en reposo y el (M') en movimiento, o suponer lo contrario. Pero el caso de (M) en movimiento con relación a (M') siendo a la velocidad de la luz en (M), no es el mismo caso de (M) y (M') en reposo siendo v la velocidad de la luz en (M). Sólo en la hipótesis de la emisión de la luz sería valedera la paradoja, pues el medio (M) no existiría propiamente.

Para que se comprenda bien la idea que queremos expresar, volveremos sobre la figura 1. Supongamos que la luz estuviera constituída por una energía cuyo flujo a través de la unidad de área normal, en la unidad de tiempo, fuese W; y que el flujo de esta energía produjera sobre dicha sección una fuerza F de cuya relación a W depende su velocidad de propagación; así

$$Fa = W$$

Podremos considerar esta fuerza como que actúa de parte de la luz sobre la unidad de sección normal al rayo luminoso y en el sentido según el cual se propaga. La experiencia demuestra la existencia de una presión de la luz sobre los cuerpos que reciben el rayo luminoso, presión sobre la cual se ha tratado de hacer una teoría de las colas cometarias.

Llamaremos pues fuerza de la luz a la relación entre el flujo de energía luminosa y la velocidad de propagación en el medio; fuerza que suponemos actúa sobre una sección fija normal al rayo luminoso.

Esto supuesto ¿cómo deberíamos considerar la fuerza de la luz sobre una sección móvil?

Se podría creer que, puesto que tratamos de símbolos, estuviésemos en plena libertad de dar la definición que nos plazca; pero no es así si queremos que esos símbolos nos sirvan para algo.

En efecto, si por simple analogía aparente llamásemos fuerza de la luz sobre una superficie móvil al cuociente del flujo de energía luminosa por la velocidad relativa v tendríamos llamando W_r el flujo de energía correspondiente y F_r la fuerza sobre la sección móvil

$$F_r = \frac{W_r}{v}$$

Pero atrás vimos que

$$W_r = \frac{v}{a} W$$

de donde

$$F_r = \frac{W}{a} = F$$

de lo cual resultaría que la fuerza de la luz sobre una superficie fija sería la misma que sobre una superficie móvil, a pesar de ser diferente al flujo de energía.

Esta convención no la podemos hacer, pues está en contradicción con los hechos naturales análogos; por ejemplo, si suponemos que la sección móvil tuviese la misma velocidad que la luz en el sentido mismo de la propagación de ésta, no habría flujo de energía a través de la sección, y, sin embargo, tendríamos que admitir que la fuerza era la misma que si la superficie estuviese en reposo.

Para definir lo que debemos llamar fuerza de la luz sobre una superficie móvil, haremos la siguiente consideración:

Sea $A_oB_oA_1B_1$ un segmento de rayo de luz de longitud $A_oA_1 = a$ (igual a la velocidad de la luz) (figura 1). Si la seccion A_1B_1 está en reposo, toda la energía W contenida en este segmento, atravieza a A_1B_1 en la unidad de tiempo. El cuociente

$$F = \frac{W}{A_oA_1} = \frac{W}{a}$$

de la energía transportada por el espacio C_oC_1 recorrido por la luz con relación a A_1B_1 en la unidad de tiempo, es homogenizable a fuerza, y es la que llamamos fuerza de la luz sobre la sección A_1B_1 del rayo de luz.

Supongamos ahora, que A_1B_1 está animada de la velocidad $u = C_1C_1'$. El flujo de energía luminosa que atraviesa dicha sección no será W sino

$$W \frac{v \cos(v,a)}{a}$$

Ahora bien, el espacio recorrido por esta energía luminosa en la unidad de tiempo con relación a la sección móvil no es v como podría creerse, sino la misma velocidad de propagación a. En efecto, la sección que al fin de la unidad de tiempo llega a A_1B_1 es AB pero no recorre en realidad el espacio $CC_1 = v$ sino el trayecto

$$CC'_1 = AA'_1 = a \quad \text{(igual al } CC_1 = A_oA_1\text{)}$$

El espacio a forma con la dirección relativa de propagación, esto es, con la dirección de la fuerza, el ángulo (v,a) de la velocidad relativa v y de la de propagación a llamando como antes F_r la fuerza sobre la unidad de sección normal al rayo relativo. La expresión

$$F_r \, a \cos(v,a)$$

debe representar la energía del rayo relativo, y como esta es, por otra parte, igual a

$$W \frac{v \cos(v,a)}{a}$$

se deberá tener

$$F_r \, a \cos(v,a) = W \frac{v \cos(v,a)}{a}$$

o bien

$$F_r = \frac{Wv}{aa} = F \frac{v}{a}$$

Tenemos

$$W_r = \frac{v}{a} W$$

y

$$F_r = \frac{v}{a} F$$

De donde

$$\frac{W_r}{F_r} = \frac{W}{F}$$

Así, el movimiento relativo no altera la relación entre el flujo de energía y la fuerza de la luz.

Ahora bien, suponiendo A_1B_1 en reposo, y la luz animada de una velocidad igual a la velocidad relativa v se tendría que el flujo de energía W'' y la fuerza F'' sobre A_1B_1 deberían estar la una con la otra en la proporción v así:

$$\frac{W''}{F''} = v$$

Así, pues, no es lo mismo el movimiento relativo de los dos medios, siendo v la velocidad relativa de la luz en el primer medio con relación al segundo, y el caso de reposo de los dos medios, siendo también v la velocidad de propagación en el primer medio. La paradoja queda, pues, completamente desvanecida.

Consideremos un rayo de luz de sección normal igual a la unidad de área, y llamemos W la energía que se transporta a lo largo de este tubo de flujo luminoso.

La energía W obedece a la ecuación (I) así:

$$\frac{dW}{dt} = -a \frac{dW}{ds}$$

en donde a representa la velocidad de la propagación.

Si W representa energía, la derivada $\frac{dW}{dt}$ representará potencia o flujo de energía a través de la unidad de sección, y $-\frac{dW}{ds}$ será el flujo de impulsión, o fuerza, a través de la misma superficie. Esta fuerza deberá ser considerada como que actúa en el sentido mismo de la propagación, consideración que se deduce de las notaciones de la Mecánica, así:

$$-\frac{dW}{dx} \qquad -\frac{dW}{dy} \qquad -\frac{dW}{dz}$$

deberán representar las proyecciones de la fuerza sobre los ejes.

* * *

VI

Reflexión y refracción de la luz.

Hemos obtenido dos símbolos a saber:

$$\frac{dW}{dt} \qquad \text{y} \qquad \frac{dW}{ds}$$

los cuales representan los flujos de energía y de impulsión a través de una sección normal al rayo luminoso en la unidad de tiempo; y vamos a servirnos de ellos para que nos guíen en la interpretación de las leyes experimentales referentes a la reflexión y a la refracción de la luz.

Reflexión de la luz.

Supongamos que un rayo luminoso incide sobre una superficie pulida; sabemos que la luz es reflejada por la superficie de manera que los rayos, incidente y reflejado, se hallan en un mismo plano normal a la superficie, y que los ángulos de incidencia y reflexión son iguales.

Tomemos por origen de coordenadas el punto de la superficie reflejante a donde llega el rayo de luz, por plano xoy el plano tangente a esta superficie, por eje oz la normal externa, y por plano xoz el de incidencia (fig. 3).

Sea LO el rayo incidente y OL' el reflejado. Llamando S un segmento LK del rayo incidente recorrido por la luz entre el punto $L(x_o o z_o)$ y el punto $K(x,o,z)$ durante el intervalo t y S_1 el espacio descrito por el rayo reflejado entre $o(o,o,o)$ y el punto $K_1(x,o,z)$ durante otro intervalo t_1 se tendrá:

$$(a)\quad \begin{cases} S=(x-x_o)\ sen\ I-(z-z_o)\cos I \\ S_1=x\ sen\ I+z\cos I \end{cases}$$

Ahora bien, no toda la luz incidente se refleja; parte de ella se refracta si el medio inferior es transparente, y parte se difunde, si la superficie no es perfectamente pulida. No nos interesa, por lo pronto, sino la luz que ha de ser reflejada. Sea W la luz o energía luminosa incidente que ha de ser reflejada, y llamemos, para distinguir, W_1 la energía del rayo reflejado. Evidentemente se tiene $W=W_1$ en valor numérico, y si la distinguimos, es porque cambia de dirección.

Llamando a la velocidad de la luz en el medio superior, tendremos

$$\frac{dW}{dt}=-a\frac{dW}{ds} \qquad \frac{dW_1}{dt}=-a\frac{dW_1}{ds_1}$$

siendo evidentemente

$$\frac{dW_1}{dt}=\frac{dW}{dt}$$

se tendrá

$$-\frac{dW}{ds}=\frac{1}{a}\cdot\frac{dW}{dt}=\frac{1}{a}\cdot\frac{dW_1}{dt}=-\frac{dW_1}{ds_1}$$

Por tanto, las fuerzas

$$\left[-\frac{dW}{ds}\right] \quad \text{y} \quad \left[-\frac{dW_1}{ds_1}\right]$$

de los rayos incidente y reflejado, estimadas en sus direcciones, son, pues, iguales en valor, pero no están orientadas de la misma manera. Las componentes de estas fuerzas, según los ejes, serán:

Para el rayo incidente:

$$F=-\frac{dW}{ds}$$

y las componentes serán

$$X=-\frac{dW}{dx}=-\frac{dW}{ds}\cdot\frac{ds}{dx}=-\frac{dW}{ds}\ sen\ I=\frac{dW}{dt}\cdot\frac{sen\ I}{a}$$

$$Y=-\frac{dW}{dy}=0$$

$$Z=-\frac{dW}{dx}=-\frac{dW}{ds}\cdot\frac{ds}{dz}=+\frac{dW}{ds}\cos I=-\frac{dW}{dt}\cdot\frac{\cos I}{a}$$

Ahora bien, para el rayo reflejado:

$$F_1=-\frac{dW_1}{ds}$$

llamando $(X_1Y_1Z_1)$ a sus competentes se tendrá:

$$X_1=-\frac{dW_1}{dx}=-\frac{dW_1}{ds_1}\frac{ds_1}{dx}=-\frac{dW_1}{ds_1}\ sen\ I=\frac{dW_1}{dt}\frac{sen\ I}{a}$$

$$Y_1=-\frac{dW_1}{dy}=0$$

$$Z_1=-\frac{dW_1}{dz}=-\frac{dW_1}{ds_1}\frac{ds_1}{dz}=-\frac{dW_1}{ds}\cos I=\frac{dW_1}{dt}\frac{\cos I}{a}$$

Como $\dfrac{dW}{dt}=\dfrac{dW_1}{dt}$ se tendrá:

$X=X_1$ $Y=Y_1$. Siendo Z diferente de Z_1.

Evidentemente, la acción de la luz sobre la superficie que separa los dos medios, es la resultante de F y de una fuerza igual y opuesta a F_1 la cual llamaremos φ. Tendremos

$$\varphi_x=X-X_1=0 \qquad \varphi_y=X-Y_1=0 \qquad \varphi_z=Z-Z_1$$
$$=-\frac{2dW}{a\,dt}\cos I$$

De esto se deduce que la luz se maneja como si ejerciera una acción sobre las superficies reflejantes, dirigida según la normal interna, y de cuya reacción igual y opuesta, resulta la reflexión del rayo luminoso.

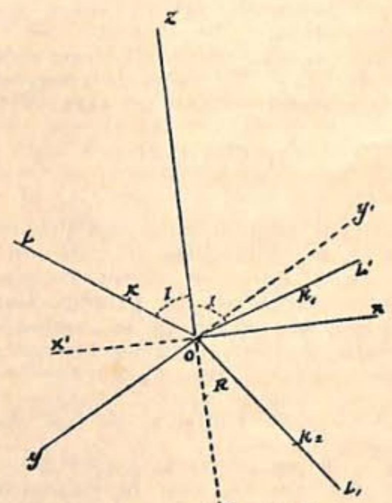

FIG. 3.

Refracción.

Consideremos ahora (fig. 3) dos medios transparentes (M) y (M_1) separados por una superficie. Llamemos a la velocidad de luz en el primer medio y a_1 en el segundo. Supongamos que la luz incide del medio (M) al (M_1), según la dirección LO y tomemos por origen el punto O de la superficie que separa los dos medios a donde llega el rayo. Sabemos que los rayos incidente y refractado están en un mismo plano normal a la superficie que separa los dos medios y que los senos de los ángulos de incidencia y refracción están entre sí como las velocidades a y a_1 de la luz en los dos medios.

Llamemos ahora W' la cantidad de energía luminosa incidente que ha de ser refractada, la cual

debe ser igual en valor numérico a W'_1. Pero como su línea de propagación es diferente, la representaremos con notación distinta.

Tomemos como antes, por plano xoy el plano tangente a la superficie que separa los dos medios, por eje oz la normal hacia el primer medio, y por plano xoz el de incidencia.

Sea $s=LK$ el segmento recorrido por la luz incidente en un intervalo t y comprendido entre $L(x_o o z_o)$ y un punto $K(x,o,z)$ y s_1 el segmento oK_2 recorrido durante un intervalo igual t y comprendido entre el origen $o(o,o,o)$ y $K_2(x,o,z)$. Tendremos:

$$s=(x-x_o)\ sen\ I-(z-z_o)\cos I$$
$$s_1=x\ sen\ R-z\cos R$$

Las ecuaciones de propagación de los rayos incidente y reflejado serán:

$$\frac{dW'}{dt}=-a\frac{dW'}{ds} \qquad \frac{dW'_1}{dt}=-a_1\frac{dW'_1}{ds_1}$$

y como los flujos

$$\frac{dW'}{dt} \quad \text{y} \quad \frac{dW'_1}{dt}$$

son iguales, se tendrá:

$$a\frac{dW'}{ds}=a_1\frac{dW_1'}{ds_1}$$

Las fuerzas de propagación de los dos rayos incidente y reflejado, a saber

$$F=-\frac{dW'}{ds} \quad \text{y} \quad F_1=-\frac{dW_1'}{ds_1}$$

tendrán por componentes sobre los ejes, los siguientes valores:

Rayo incidente $F(X,Y,Z)$

$$X=-\frac{dW'}{dx}=-\frac{dW'}{ds}\cdot\frac{ds}{dx}=-\frac{dW'}{ds}\ sen\ I=\frac{dW'}{dt}\frac{sen\ I}{a}$$

$$Y=-\frac{dW'}{dy}=0$$

$$Z=-\frac{dW'}{ds}=-\frac{dW'}{ds}\frac{ds}{dz}=\frac{dW'}{ds}\cos I=-\frac{dW'}{dt}\frac{\cos I}{a}$$

Rayo refractado $F_1(X_1Y_1Z_1)$

$$X_1=-\frac{dW_1'}{dx}=-\frac{dW_1'}{ds_1}\cdot\frac{ds_1}{dx}=-\frac{dW^1}{ds}\ sen\ R$$
$$=\frac{dW_1'}{dt}\cdot\frac{sen\ R}{a_1}$$

$$Y_1=-\frac{dW_1'}{dy}=0$$

$$Z_1=-\frac{dW'_1}{dx}=-\frac{dW'_1}{ds'}\frac{ds'}{dz}=-\frac{dW'_1}{ds_1}\cos R$$
$$=-\frac{dW_1'}{dt}\frac{\cos R}{a_1}$$

Ahora bien, la acción de la luz sobre la superficie de separación de los dos medios, será evidentemente la resultante de F y de otra igual y contraria a F_1. Así llamando ψ esta acción se tendrá:

$$\psi_x=X-X_1=\frac{dW'}{dt}\cdot\frac{sen\ I}{a}-\frac{dW'_1}{dt}\cdot\frac{sen\ R}{a}$$
$$=\frac{dW'}{dt}\left[\frac{sen\ I}{a}-\frac{sen\ R}{a_1}\right]$$

$$\psi_y=Y-Y_1=0$$

$$\psi_z=Z-Z_1=\frac{dW'}{dt}\left[\frac{\cos R}{a_1}-\frac{\cos I}{a}\right]>0$$

La acción de la luz sobre la superficie que separa los dos medios es normal a ésta, y dirigida del medio más refugente, al menos refugente. La reacción de la superficie es la que produce, pues, la desviación del rayo reflejado.

Si hacemos la hipótesis, en cierto modo gratuita, de que cuando un rayo luminoso incide sobre la superficie que separa los dos medios diáfanos, distribuye su energía de manera tal, que los flujos de reflexión y de refracción, a saber

$$P=\frac{dW}{dt} \qquad Q=\frac{dW'}{dt}$$

sean tales, que las acciones de las dos fuerzas refractada y reflejada sobre la superficie que separa los dos medios, se compensen, se halla

$$\varphi_z+\psi_z=-\frac{2}{a}\cdot\frac{dW}{dt}\cos I+\frac{dW'}{dt}\left[\frac{\cos R}{a_1}-\frac{\cos I}{a}\right]$$
$$=-\frac{2}{a}P\cos I+Q\left[\frac{\cos R}{a_1}-\frac{\cos I}{a}\right]=0$$

y notando que

$$\frac{a}{a_1}=\frac{sen\ I}{sen\ R}$$

se tendrá:

$$\frac{2}{a}P\cos I=Q\frac{1}{a}\left[\frac{a}{a_1}\cos R-\cos I\right]=\frac{Q}{a}\left[\frac{sen\ (I-R)}{sen\ R}\right]$$

de donde

$$(m)\qquad \frac{P}{Q}=\frac{sen\ (I-R)}{2\,sen\ R\cos I}$$

Esta fórmula relaciona las intensidades de los rayos reflejado y refractado, y se halla en los tratados de Optica matemática. Sin embargo, la hipótesis hecha, es como dijimos, gratuita; pues una superficie puede reaccionar por sí misma sobre la luz, como acontece con las superficies metálicas, y en el caso de reflexión total.

* * *

Refracción de la luz en el caso en que los dos medios transparentes están en movimiento, el uno con relación al otro.

Supongamos dos medios transparentes (M) y (M') y que (M) esté en reposo, y (M') en movimiento. Llamemos a la velocidad de propagación de la luz en el primer medio y a_1 en el segundo, y ν la velocidad relativa de la luz, en el primer medio, con relación al segundo.

Hemos visto que si W representa la energía de un rayo luminoso de sección unitaria, el flujo de impulsión con relación a una superficie fija es $\dfrac{dW}{dt}$

y través de la superficie móvil que separa los dos medios, es

$$\frac{v}{a}\cdot\frac{dW}{dt}=\frac{dW_r}{dt}$$

Sabemos también que la relación entre los flujos de energía y de impulsión se conserva la misma con relación a una sección móvil que con relación a una sección fija; en una palabra, la ecuación que liga la potencia y la fuerza del rayo relativo es la *(C)* del parágrafo V; esto es

$$\frac{dW_r}{dt}=-a\frac{dW_r}{d\sigma}$$

Llamemos W' la energía del rayo refractado, la cual es igual a W_r así:

$$(a')\qquad \frac{dW'}{dt}=\frac{dW_r}{dt}$$

La propagación de la luz en el medio (M') obedece a la ecuación

$$\frac{dW'}{dt}=-a_1\frac{dW'}{d\sigma}$$

Sabemos por el estudio anterior, que las componentes tangenciales de las fuerzas del rayo incidente y del rayo refractado, son iguales. Por tanto

$$(b')\qquad -\frac{dW_r}{dx}=-\frac{dW'}{dx}$$

Llamemos σ un segmento del rayo incidente relativo, e I el ángulo de incidencia de dicho rayo; σ_1 un segmento del rayo refractado, y R el ángulo de refracción, tomando por plano xoz el de incidencia, se tendrá:

$$\sigma=(x-x_0)\,sen\,I-(z-z_0)\cos I$$
$$a_1=x\,sen\,R-Z\cos R$$

Así

$$-\frac{dW_r}{dx}=-\frac{dW_r}{d\sigma}\cdot\frac{d\sigma}{dx}=-\frac{dW_r}{d\sigma}\,sen\,I=\frac{1}{a}\cdot\frac{dW_r}{dt}\,sen\,I$$

$$-\frac{dW'}{dx}=-\frac{dW'}{d\sigma_1}\frac{d\sigma_1}{dx}=-\frac{dW'}{d\sigma_1}\,sen\,R=\frac{1}{a_1}\cdot\frac{dW'}{dt}\,sen\,R$$

Según *(a')* y *(β')* se tendrá

$$\frac{sen\,I}{a}=\frac{sen\,R}{a_1}$$

o bien

$$(A)\qquad \frac{sen\,I}{sen\,R}=\frac{a}{a_1}$$

Así: *El indice de refracción de los medios transparentes (M') y (M) es el mismo cuando estos dos medios están en reposo, que cuando uno de ellos está en movimiento con relación al otro; pero entendiendo por indice de refracción la relación de los senos de los ángulos de incidencia relativo y de refracción y no de incidencia absoluta.*

Esta conclusión supone que la velocidad de la luz sea una constante para cada medio transparente, y dependa de las condiciones físicas de éste.

Pudiera acontecer que a_1 dependiese de la velocidad u del medio (M') con relación a (M). En este caso, la fórmula *(A)* sería la misma, como podríamos demostrarlo fácilmente; pero el índice de refracción no sería ya constante por no serlo a_1.

Una experiencia debida a Fizeau, parece demostrar que la velocidad de la luz en el agua varía con la velocidad del agua dentro del aire. Esto lo expresan en el lenguaje hipotético usual, diciendo que hay un arrastre parcial y no total del éter por el agua. Sea de ello lo que fuere, es lo cierto que dentro de la atmósfera al menos en las capas inferiores, la velocidad a_1 de la luz, es la misma en todos los sentidos horizontales, esto es, que hay un arrastre total del éter.

Supongamos que en las capas superiores no haya arrastre total sino parcial; no por ello el índice de refracción da la luz, al pasar de una capa a otra, dejará de ser la relación de las velocidades de la luz en las dos capas,

Si llamamos I_n y R_n los ángulos de incidencia y refracción de un rayo de luz que viene de fuéra de la atmósfera y atraviesa la superficie que separa dos capas n y $n-1$ atmosféricas consecutivas; se tendrá:

$$\frac{sen\,I_n}{sen\,R_n}=\frac{v_n}{v_{n-1}}$$

en donde v_n y v_{n-1} son las velocidades de la luz en esas dos capas. Llamaremos r_n y r_{n-1} los radios de las dos capas, se tendrá, siguiendo de la misma discusión de la teoría clásica:

$$\frac{sen\,R_n}{sen\,I_{n-1}}=\frac{r_{n-1}}{r_n}$$

De donde

$$\frac{sen\,I_n}{sen\,I_{n-1}}=\frac{v_n\,r_{n-1}}{v_{n-1}\,r_n}$$

o bien

$$(m)\qquad \frac{r_n}{v_n}\,sen\,I_n=\frac{r_{n-1}}{v_{n-1}}\,sen\,I_{n-1}=\text{constante.}$$

Si multiplicásemos por la velocidad de la luz en el espacio interplanetario, llegaríamos a la fórmula conocida de la refracción.

Llamando r_0, a_1 y Z el radio de la capa, la velocidad de la luz y el ángulo de incidencia en la superficie de la tierra, r, a é I en el límite superior de la atmósfera, tendremos:

$$\frac{r}{a_1}\,sen\,I=\frac{r_0}{a'}\,sen\,Z$$

o bien

$$\frac{sen\,I}{sen\,Z}=\frac{r_0}{r}\cdot\frac{a}{a_1}$$

Fórmula que demuestra que la refracción atmosférica es independiente del ángulo de la velocidad de la tierra y de la velocidad de la luz.

* * *

Resumen

La *aberración anual* de las estrellas y la circunstancia de que la *refracción astronómica* sea independiente del ángulo que hace la velocidad de la luz y de la tierra, no habían podido explicarse de acuerdo con las teorías ópticas.

Nos propusimos investigar las condiciones que debe cumplir la propagación de la luz para que tales fenómenos se verifiquen, y hemos llegado a los siguientes resultados:

Para que se verifique el fenómeno de la *aberración anual* basta solamente que la luz se transporte en el espacio con velocidad mayor que la de la tierra, sin que influya para nada la manera como se efectúe tal propagación.

La circunstancia de que la *refracción* sea independiente del ángulo de las velocidades de la tierra y de la luz, requiere que ésta, al ser considerada como una forma de energía que actúa conforme a las leyes de la Mecánica, cumpla las siguientes condiciones:

a) La propagación a través de los medios diáfanos, se debe efectuar por conducción o comunicación de unas masas a otras, sin que haya, como en la hipótesis de la emisión, transporte de materia sino de energía;

b) En cada medio diáfano isótropo, debe propagarse en línea recta y con velocidad constante, dependiente de las condiciones físicas del medio; y

c) Dentro de la atmósfera al menos cerca de la superficie terrestre, debe propagarse *como* si la atmósfera arrastrase totalmente al vehículo conductor de la luz.

Se comprende muy bien que la hipótesis de la emisión explique la aberración anual, y sea impotente respecto del fenómeno que presenta la refracción.

En cuanto a las hipótesis ondulatorias, tanto la elástica como la electromagnética, cumplen bien con todas las condiciones expresadas. La ecuación de segundo orden, a que obedece la propagación según tales teorías, no admite duda, pues a ella se llega también directamente sin más auxilio que los hechos experimentales. ¿Por qué motivo las hipótesis ondulatorias han sido impotentes para explicar los fenómenos indicados? Esto se explica notando que el error no está en la ecuación diferencial, sino en la interpretación que se ha dado siempre a las soluciones de dicha ecuación.

El supuesto plano de la onda ha sido sugerido por el concepto hipotético de Huyghens, según el cual la onda es todo en la propagación, mientras el rayo luminoso no es sino un simple lugar geométrico; concepto erróneo, pues es precisamente lo contrario.

La solución legítima sustituye con ventaja a la ondulatoria en todos los desarrollos referentes a la teoría de la luz en donde figura dicha solución; pero no está por demás advertir que la solución ondulatoria no presenta graves inconvenientes sino al tratarse del paso de la luz de un medio a otro en movimiento relativo.

Hubiéramos debido exponer la investigación conducente al conocimiento de las condiciones que requiere la propagación de la luz para que se verifiquen los fenómenos ópticos que se relacionan con el movimiento de la tierra, pero la exposición sería demasiado laboriosa. Hemos preferido proceder a la inversa y explicar los fenómenos citados, suponiendo que la luz obedezca a las condiciones expresadas.

Un primer ensayo a ese respecto lo efectuamos considerando a la luz como una energía que se transmite por choques sucesivos, a fin de concretar las ideas.

Hoy hemos querido presentar la cuestión sin el auxilio de ninguna hipótesis relativa a la naturaleza especial de la luz.

* * *

Posteriormente, en su escrito "Optica Astronómica", que reproduciremos en un número siguiente de esta Revista, Garavito complementó sus puntos de vista al respecto, de esta suerte:

La Optica había sido abordada por Newton y por Huyghens desde distintos puntos de vista. El primero, sugestionado por la teoría de la gravitación, no podía concebir otra fuerza que no fuese gravífica; el segundo, sugestionado con las ondas lentas del agua, formuló la teoría ondulatoria. Ambas deberían estar erradas: suponer lo contrario sería dar un gran valor al azar.

Cuando hay dos pareceres distintos sobre un asunto, es creencia general, aunque irreflexiva, que uno de ellos esté en lo cierto y el otro en el error. Tal fue el concepto de Fresnel al aceptar el punto de partida de Huyghens en vez de haber estudiado más a fondo el asunto.

En las investigaciones científicas se debe proceder de lo conocido a lo desconocido y no al contrario. De las leyes de Kepler dedujo Newton la de la gravitación: partió de hechos conocidos y halló por causa una fuerza real y conocida.

En Física matemática, mejor dicho en la Optica, se ha procedido a la inversa: no se ha ido del fenómeno a su causa inmediata, sino que de causas hipotéticas se ha tratado de deducir las leyes que rigen los fenómenos conocidos, ya sea aumentando o modificando las supuestas causas, ya agregando nuevas hipótesis, hasta conseguir un acuerdo más o menos completo.

Pero es evidente que no hay fenómeno por complejo que sea que no pueda explicarse mediante hipótesis más o menos complejas.

Este procedimiento constituye el llamado método *a priori*. Con él no podrá llegarse a una teoría positiva que interprete la realidad externa sino, a lo más, a hallar reglas neumónicas que resuman en unas pocas fórmulas matemáticas el conjunto de las leyes que corresponde a un ramo de la Física; esto es, algo como aquella regla de la Trigonometría esférica mediante la cual se hallan todas las fórmulas relativas a la resolución de los triángulos rectángulos.

La Física general está en el estado de desarrollo en que se hallaba la Astronomía después de Kepler y antes de Newton: se conocen experimentalmente sus leyes pero no han sido interpretadas correctamente.

Es probable que no pueda avanzarse de este estado. Se ha dicho, en efecto, repetidas veces y con razón, que si las observaciones de Ticho Brahe hubieran sido más numerosas o practicadas con instrumentos de mayor precisión que los empleados por aquel astrónomo, Kepler se hubiera dado cuenta de que sus leyes no eran exactas, sino simplemente aproximadas, y Newton no hubiera hallado la causa capaz de producir el movimiento kepleriano.

Esta consideración ha servido a Emile Picard para explicar la dificultad con que tropiezan los físicos modernos, puesto que se tiene inmenso acopio de observaciones físicas de alta precisión, que aumentan diariamente y las cuales, siendo resultantes de múltiples causas de diferente orden, es imposible separarlas.

Pero la dificultad no está solamente en esto; hay en mi concepto una causa aún mayor que imposibilita hacer de la Física una ciencia racional, un apéndice de la Mecánica. El universo astronómico es, en efecto, más sencillo desde el punto de vista de la Mecánica, que el mundo molecular: todo es visible en el primero, todo es oculto en el segundo. La gran solidez que tiene la ciencia astronómica consiste precisamente en la objetividad de la causa y del efecto. Le Verrier, por ejemplo, supuso que un nuevo planeta era el causante de las perturbaciones conocidas de Urano, calculó la posición de esa masa oculta y la observación descubrió a Neptuno. La causa se hizo así visible. En Física una verificación semejante es de todo punto imposible.

Es injustificable la pretensión de los físicos modernos de conferir a sus teorías hipotéticas valor equiparable al de la astronómica. Lo único verificable en Física es la comprobación de que sus fenómenos obedecen a las leyes de la Mecánica; pero es incauto aspirar al conocimiento íntimo y detallado de ellos.

La Optica astronómica debe establecerse desligada de las teorías hipotéticas de la Física, que no son sino teorías provisionales; ella debe fundarse sobre bases experimentales de valor incontrovertible.

Tal ha sido el propósito de mis estudios y de mis críticas sobre Optica matemática, de los cuales he querido presentar aquí un extracto en la forma más elemental posible. Labor ésta muy ardua en verdad al renunciar los recursos plásticos del alto análisis como son los constantes de integración y otros; pero en cambio el valor demostrativo está al alcance de todos de una manera franca.

De esta suerte llego a establecer sobre bases experimentales la teoría de la refracción para dos medios diáfanos en reposo o en movimiento relativo. El resultado de este estudio justifica plenamente la explicación de Bradley relativa a la aberración anual de las estrellas; y pone de manifiesto el error de Fresnel respecto del deslizamiento parcial del éter en la atmósfera.

Con este trabajo creo conseguir separar la ciencia astronómica, ya definitiva, de las teorías provisionales de la Física; pero no me refiero al ramo astronómico en general, pues las cuestiones de este ramo están íntimamente mezcladas con las de la Física, como sucede, v. gr., con los estudios espectroscópicos, fotométricos y otros.

La Geometría y la Mecánica celeste quedan definitivamente en el campo de las ciencias puras.

FLORA DE COLOMBIA

SANTIAGO CORTES
Ex-miembro fundador de la Oficina de Longitudes—Bogotá.
Ex-miembro naturalista de la Comisión mixta colombo-venezolana de límites, en 1904 (1).

GEOGRAFIA BOTANICA DE COLOMBIA.

Colombia es por su vegetación, uno de los países más ricos del mundo: participa de las inmensas selvas del Amazonas, del Orinoco, del Catatumbo y de las producciones de la América Central; encierra en su seno los dilatados bosques del Magdalena, del Cauca, del Atrato, del San Juan y de cien ríos más que llevan sus aguas a los dos Océanos; posee grande extensión de los Andes y todas las llanuras arenosas de La Guajira, cuya vegetación hace contraste con la del resto del país. En sus extensas cordilleras, donde se encuentran todos los climas de los demás países, habitan familias y géneros de plantas de todas las zonas, escalonadas unas, a modo de nivel barométrico, en las faldas de los Andes; distribuídas otras, en aparente confusión, según la humedad del suelo o el terreno geológico que las sustenta; y otras, cosmopolitas de todo clima y suelo, lucen dondequiera su follaje.

La distribución de los vegetales en la República puede considerarse de un modo general, así: bosques de avicenias, leguminosas y mangles, en las costas y en las orillas de aguas salobres; las cactáceas en toda tierra estéril y ardiente; un tribulo (cigofílea postrada de flores amarillas) que sostienen las arenas movedizas de La Guajira; las selvas seculares sensiblemente horizontales de nuestros grandes ríos, pobladas especialmente de leguminosas, malváceas, terebintáceas, urticáceas, rutáceas, cedreláceas y palmeras.

El territorio de la República puede dividirse botánicamente en trece regiones, a saber:

1º—Región de La Guajira y Montes de Oca: en las llanuras arenosas, ardientes y de poca vegetación viven la familia de las cácteas, la asplecias gigantea, varios arbustos espinosos de las leguminosas, algunos árboles pequeños de las caparidáceas y muchos de las burceráceas y terebintáceas; en las sierras, bosques de mamones, guáimaros, cedros, caracolíes y jabillos.

2º—Región del Zulia y Catatumbo, cubierta de selvas húmedas y malsanas, y de poca elevación sobre el nivel del mar. Hay árboles que pueblan toda esta grandísima región, tales como los higuerones y otros ficus, el lano o balso, los guarumos, etc.; pero de ordinario los árboles y varias plantas herbáceas de una misma especie se encuentran reunidos en localidades más o menos extensas, tales como los cauchos, el árbol de copaiba o cabina, los guáimaros, el árbol de leche o vacajosa, la caoba, la tacamahaca, etc. En el valle de Cúcuta, donde se reúnen el Pamplonita y el Táchira, y en las faldas de las cordilleras circunvecinas, predominan como árboles las bignoniáceas del género tecoma, que en los meses de abril y mayo se cubren completamente de flores rosadas y amarillas, haciendo vistosísimo el paisaje.

3º—Región del Páramo de Tamá y de los ríos Oirá y Margua: comprende un vasto territorio cubierto de bosques en la parte baja y en las faldas del Tamá, poblado de quinas, clorantáceas, musgos, líquenes, melastomáceas, etc., en la región templada; y en la fría, pajonales y enanos frailejones, con algunos ribes, gencianas, berberis, plantagos, geraniáceas, cufeas, ericáceas y pequeños arbolillos de las saxifragáceas, el lisianthus princeps, etc.

4º—Región de la Sierra Nevada de Santa Marta: rica, bella y extensísima, abundante en vegetales característicos, como algunas primorosas gesneriáceas y la calaminta cerulescens de las labiadas, que vive a 4.000 metros sobre el nivel del mar.

5º—Región del Bajo Magdalena, una de las más extensas y de incomparable riqueza vegetal, donde se encuentra la mayor parte de la flora colombiana: palisandros, etc.

6º—Región del Valle del Cauca; hermoso territorio, donde abundan especies vegetales que enriquecen nuestra flora, tales como la yerba del cáncer, el matatotumo, la hoja hedionda, el paloblanco, el precioso quereme, el burilico, la hoja atajasangre, etc.

7º—Región del Chocó y río Atrato: la más rica en metales preciosos —el oro, el platino, el iridio y el rodio—, poblada de serpientes venenosas como la verrugosa, y rica en plantas medicinales y de ornato, tales como la hermosa catleya chocoensis, la palma almendrón, la curaverruga, y mil más.

8º—Región del sur del Cauca, la cual participa de la flora del Ecuador, y en sus bosques se encuentran primorosas orquidáceas, como la masdevalia chimaera y varios odontoglossum; el tulipán, bella melastomácea de Quilcacé; el peine de mico,

(1) En otro lugar de esta Revista aparece una corta nota biográfica de este autor.—*La Dirección.*